Matematicas 2 Primer Parcial TIPO B Miguel Guzman

Pregunta (1)

C.- $\displaystyle\int \frac{3x-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \rightarrow -\mathrm{asin}(x) - 3\cdot\sqrt{1-x^2}$ +C

Recuerde separar las integrales. Por lo que

$\displaystyle\int \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ realizando u=1-x^2 sustitucion queda $\displaystyle\frac{3}{2}\cdot\int \frac{-1}{\sqrt{u}}\,du \rightarrow -3\cdot\sqrt{u}$

Y regrese el cambio de variable.

Para la segunda integral se tiene dos casos. $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \rightarrow \mathrm{asin}(x)$

$\displaystyle\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \mathrm{acos}(x)$

B.- $\displaystyle\int_{-1}^{1} |2x-1|\cdot x\,dx \rightarrow -\frac{11}{12}$

Recuerde que el valor absoluto cambio de definicion en el punto x=1/2 por lo que

$$\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (1-2x)\cdot x\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^{1} (2x-1)\cdot x\,dx \rightarrow -\frac{11}{12}$$

A.- $\displaystyle\int_{0}^{4} \frac{1}{\sqrt{x+5}-\sqrt{x}}\,dx$

Multiplicando por la conjugada del denominador.

$$\frac{1}{\sqrt{x+5}-\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x+5}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+5}+\sqrt{x}}{5}$$

$$\int_{0}^{4} \frac{\sqrt{x+5}+\sqrt{x}}{5}\,dx \rightarrow \frac{14}{3} - \frac{2\cdot\sqrt{5}}{3}$$

Pregunta (2)

Nos dice que f(x) es IMPAR y que g(x) es PAR

Por lo que

$$\int_{-1}^{1} f(x) - g(x) + f(x)^3 g(x)\,dx = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx - \int_{-1}^{1} g(x)\,dx + \int_{-1}^{1} f(x)^3 g(x)\,dx$$

Sea sabe por hipotesis que $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 0$ que $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx = 2\cdot\int_{0}^{1} g(x)\,dx$

y como $f(x)^3\cdot g(x)$ es impar entonces $\int_{-1}^{1} f(x)^3 g(x)\,dx = 0$

Lo que queda que

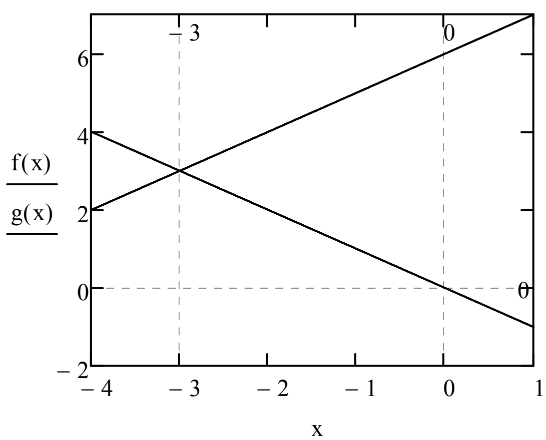
$$\int_{-1}^{1} f(x) - g(x) + f(x)^3 g(x)\,dx = -2\cdot\int_{0}^{1} g(x)\,dx = -6$$

ya que nos dicen

$$\int_{0}^{1} g(x)\,dx = 3$$

Pregunta (3)

$f(x) := 6 + x$ $\qquad$ $g(x) := -x$



Se tiene

$$\text{DeltaX}(n) := \frac{0-(-3)}{n} \qquad \text{Xi}(n) := \left(-3 + \frac{3\cdot i}{n}\right)$$

La altura vendra $h(n) := f(\text{Xi}(n)) - g(\text{Xi}(n))$

$$\text{Area} := \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} (\text{DeltaX}(n)\cdot h(n)) \rightarrow 9$$

Si resolvemos la integral

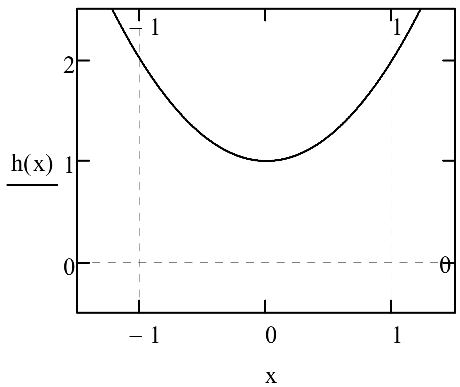
$$\text{AreaI} := \int_{-3}^{0} [6 + x - (-x)]\,dx \rightarrow 9$$

EXCELENTE!!!!!

Por lo que el area de la region sera 9 unidadesArea

Pregunta (4)

$$h(x) := x^2 + 1$$



El metodo mas eficiente es disco.

$$\text{AreaDisco} := \int_{-1}^{1} \pi \cdot \left(x^2 + 1\right)^2 \, dx \rightarrow \frac{56 \cdot \pi}{15}$$

Para los curiosos, Cascarones

$$\text{AreaCascarones} := \left[\left[\int_0^1 2\pi \cdot y \cdot (1 - 0) \, dy + \left[\int_1^2 2\pi \cdot y \cdot \left(1 - \sqrt{y - 1}\right) dy\right]\right]\right] \cdot 2$$

$$\text{AreaCascarones} \rightarrow \frac{56 \cdot \pi}{15}$$